Herder-Oberschule
Gymnasium
Seit 1903

Schulinterner Plan[1)] für den Unterricht im Fach
MATHEMATIK
im Stammzug

1) Entwurf MD, ST; Modifikation GL

Stand: 18.10.2012

Klasse 7

(120 Stunden)

	Lernabschnitte	Richtzeiten	Seite
1	**Elementare Prozentrechnung, Wahrscheinlichkeit**	8 Stunden	2
2	**Beschreibende Statistik:** Daten, Darstellungen, Auswertungen	12 Stunden	3
3	**Rechnen mit rationalen Zahlen**	20 Stunden	4
4	**Algebra:** Variable, erfüllende Einsetzungen	8 Stunden	4
5	**Zuordnungen:** Proportionalität, Antiproportionalität	24 Stunden	5
6	**Algebra:** Äquivalenzumformung von Gleichungen, Bruchgleichungen	16 Stunden	6
7	**Geometrie**	32 Stunden	7

Zeitliche Grundlage des Plans ist ein wöchentlicher Unterricht von 4 Unterrichtsstunden, d.h. pro Wochenstunde wurden planerisch 30 (Netto-) Jahresstunden in Ansatz gebracht, womit alle Ausfallzeiten durch Ferien, Klassenarbeiten, Betriebspraktika, Exkursionen, Klassenfahrten etc. berücksichtigt wurden. Die angegebenen Richtzeiten orientieren sich an Wochenanzahlen.

Elementare Prozentrechnung, Wahrscheinlichkeit (8 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Wissen, dass $p\% = \frac{p}{100}$ gilt. Prozentsätze und -werte bestimmen können. Einfache Zufallsversuche beschreiben und die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ermitteln können.	Beschreibung von Bruchteilen durch Brüche, Dezimalzahlen und Prozentsätze. Bestimmung von Prozentsätzen und Prozentwerten. Bestimmung der Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses (LAPLACE) als $\frac{\text{Anzahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller Ergebnisse}}$ eines Zufallsversuchs.	An Hand von hinreichend einfachem Aufgabenmaterial soll vor allem die Bruchrechnung vertieft werden. Die Beschreibung von Bruchteilen durch periodische Dezimalbrüche oder gebrochene Prozentsätze sollte vermieden werden. An Umformungen von Gleichungen und die Anwendung proportionaler Zusammenhänge (Dreisatz) ist <u>nicht</u> gedacht. Sie bleiben späteren Unterrichteinheiten vorbehalten.

Beschreibende Statistik: Daten, Darstellungen, Auswertungen (12 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Aus vorgegebenen Tabellen oder Diagrammen merkmalsbezogene Häufigkeiten einer Häufigkeitsverteilung ablesen können. An Beispielen den Unterschied von absoluter und relativer Häufigkeit erklären und bei vorgegebenem Umfang der Stichprobe Häufigkeitsmaßzahlen in die jeweils andere Darstellung umrechnen können. Stichproben in Bezug auf merkmalsbezogene Ergebnisse durch Angabe zugehöriger absoluter und relativer Häufigkeiten auswerten können.	Häufigkeiten bestimmter Merkmale in Stichproben, die in Form von Daten oder graphischen Darstellungen gegeben sind. Zugehörige Begriffe: – Stichprobe, – Merkmal, – absolute Häufigkeit, – relative Häufigkeit, – Umfang der Stichprobe, – Häufigkeitsverteilung. Numerische Auswertung von Stichproben durch Ermittlung geeigneter Häufigkeitsverteilungen.	Bei der Auswahl der Beispiele sollte auf aktuellen Bezug sowie die momentane, altersgemäße Interessenlage der Lerngruppe geachtet werden. Hier sind die bereits in der Grundschule behandelten Inhalte aufzugreifen und ggf. zu präzisieren und zu vertiefen.
Daten in Klassen einteilen und die zugehörigen Klassen angeben können. An Beispielen (von Klasseneinteilungen) die verwendeten Skalen charakterisieren können.	Klasseneinteilung von Daten - Skalen von Merkmalen: – Nominalskala, – Rangskala, – Metrische Skala.	
Stichproben merkmals- und klassenbezogen graphisch auswerten können. Aus graphischen Darstellungen Rückschlüsse auf konkrete, absolute, numerische Aussagen ziehen können.	Graphische Darstellungen statistischer Erhebungen durch Stab-, Kreis-, Säulen- und Liniendiagramm.	
Typische Fehler in graphischen Darstellungen erkennen und bewerten.	Subjektive Wirkung graphischer Darstellungen statistischer Erhebungen und konkreter Aussagegehalt dieser Darstellungen; typische Fehler in graphischen Darstellungen.	Hier ist Alltagsbezug unverzichtbar. Fehler z.B.: kein wohldefinierter Ursprung, keine äquidistanten Achsenmaßstäbe, fehlerhafte Bezugsgrößen.

Rechnen mit rationalen Zahlen (20 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Kommutativ-, Assoziativ- und Distributivgesetz kennen und auf das Rechnen mit Zahlen anwenden können.	Grundgesetze des Rechnens.	
Rationale Zahlen an der Zahlengeraden darstellen und Größenvergleiche anstellen können.	Einführung negativer Zahlen als Zahlbereichserweiterung an Hand geeigneter Modelle. Betrag und Gegenzahl (additiv Inverse). Ordnungsrelation in $\mathbb{Q}$.	
Die vier Grundrechenarten in $\mathbb{Q}$ in der üblichen, weitgehend klammerfreien Darstellung sicher und schnell ausführen können.	Addition in $\mathbb{Q}$; Subtraktion in $\mathbb{Q}$; Multiplikation und Division in $\mathbb{Q}$. Vorzeichenregeln, Permanenz der Rechengesetze. Umfangreiche Übungen.	Die Subtraktion sollte als Addition der Gegenzahl und nicht als eigenständige Rechenoperation eingeführt werden, ebenso wie die Division auf die Multiplikation zurückgeführt werden sollte. Dieses Vorgehen verstärkt strukturelle Einsichten in den Vorzug von Addition und Multiplikation.

Algebra: Variable, erfüllende Einsetzungen (8 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Den Verwendungszweck von Variablen (Platzhaltern) in Gleichungen / Ungleichungen kennen. Durch Probe feststellen können, ob Gleichungen / Ungleichungen von vorgegebenen Zahlen erfüllt werden. Die Begriffe Aussage und Aussageform kennen. Wissen, dass die Lösungsmenge aus allen Zahlen der Grundmenge besteht, welche die Gleichung / Ungleichung erfüllen.	Buchstaben als Bezeichnung für Variable. Erfüllende (und nicht erfüllende) Einsetzung in Gleichungen / Ungleichungen mit Variablen. Gleichung / Ungleichung als Aussage Gleichung / Ungleichung mit Variablen als Aussageform. Lösungsmenge bezüglich der Grundmenge; mehrelementige Lösungsmengen.	Die Bezeichnung “Unbekannte” ist wegen der einseitigen Sicht auf wahre Aussagen problematisch. Gleichungen / Ungleichungen wie z.B.: $x < x + 1$; $x = x + 1$; $2 = 3$; $0 \cdot x = 0$ können am Gymnasium nicht ausgespart bleiben.

Zuordnungen (24 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Der Eingabegröße die Ausgabegröße zuordnen und diese Zuordnung darstellen können.	Zuordnungsbegriff (naiver Funktionsbegriff) und verschiedene Darstellungsarten: – Pfeildiagramm, – Tabelle, – Achsenkreuz (4 Quadranten), – Zuordnungsgleichung.	
Die kennzeichnenden Eigenschaften der proportionalen und der antiproportionalen Zuordnung wissen. An Beispielen entscheiden können, welche Art der Zuordnung vorliegt. An Beispielen die beiden Zuordnungsarten von anderen Zuordnungen unterscheiden können.	Die proportionale Zuordnung und ihre Eigenschaften: – Die zugehörigen Punkte liegen auf einer Geraden durch den Ursprung. – Die Zahlenpaare sind quotientengleich. – Der n-fachen Eingabegröße ist die n-fache Ausgabegröße zugeordnet. Die Verhältnisgleichung $\frac{W}{G} = \frac{p}{100}$ der Prozentrechnung. Die antiproportionale Zuordnung und ihre Eigenschaften: – Die zugehörigen Punkte liegen auf einer Hyperbel. – Die Zahlenpaare sind produktgleich. – Der n-fachen Eingabegröße ist der n-te Teil der Ausgabegröße zugeordnet (und umgekehrt).	An geeigneten Beispielen sind jeweils auch negative Eingaben vorzusehen. Die häufig verwendeten, nicht hinreichenden Kennzeichnungen “je mehr - desto mehr” und “je mehr - desto weniger” sollten problematisiert werden. In den Zusammenhang mit der Vervielfachung von Eingabe- und Ausgabegröße ist auch der Dreisatz einzubeziehen.
Anwendungsaufgaben rechnerisch und graphisch lösen können.	Anwendungsaufgaben.	Dabei haben auch einfache Kopfrechenaufgaben, sinnvolles Runden, Abschätzen und weitere Übungen zur Bruchrechnung ihren Platz. Kein Taschenrechnereinsatz!

Algebra: Äquivalenzumformung von Gleichungen, Bruchgleichungen (16 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Wissen, dass bei den genannten Umformungen die Gleichung jeweils in eine äquivalente Gleichung übergeht. An geeigneten Beispielen die Äquivalenz der auftretenden Gleichungen begründen können. Die automatisierte Fertigkeit besitzen, Gleichungen durch die genannten Umformungen zu lösen.	Äquivalenzumformung von Gleichungen durch – einfache Termumformungen, – Ausführen der selben Rechenoperation auf beiden Seiten. – Anwendung des Distributivgesetzes, auch mit negativen Faktoren.	Hier ist z.B. an die Beseitigung von “Minusklammern” und einfache Anwendungen der Rechengesetze gedacht. Die Entwicklung sicherer Rechenfertigkeit steht im Vordergrund.
Den Begriff der Definitionsmenge von Bruchtermen kennen. Einfache Bruchgleichungen durch Betrachtung der Zählergleichung bei gleichnamigen Bruchtermen lösen können.	Bruchterm, Definitionsmenge. Umformung nach der Überlegung: Brüche mit gleichem Nenner sind gleich, wenn ihre Zähler gleich und ihre Nenner ungleich Null sind. Probe im Hinblick auf die Definitionsmenge. Beispiele nicht schwieriger als $\frac{3}{x+1} - \frac{4}{x-2} = 0$ $\frac{5}{x+2} = \frac{4 \cdot x - 7}{(x+2) \cdot (x-3)}$ $\frac{6 \cdot x - 12}{3 \cdot x + 3} = \frac{16 \cdot x - 8}{4 \cdot x + 4}$	An “über Kreuz multiplizieren” oder an “Multiplikation mit dem Hauptnenner” im Sinne eines Kalküls ist nicht gedacht. Es ist darauf zu achten, dass die Beispiele nicht zu einer Multiplikation von Summen führen.

Geometrie (32 Stunden)

<u>Hinweis zum Lernabschnitt:</u>
An welcher Stelle im Rahmen dieses Lernabschnitts die Geradenspiegelung behandelt wird, bleibt dem selbstgewählten didaktischen Aufbau überlassen.

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Die Geradenspiegelung begrifflich erläutern können. Eigenschaften der Geradenspiegelung kennen und begründen können. Einfache geometrische Figuren durch Geradenspiegelung zeichnerisch abbilden können. Achsensymmetrie von Figuren erkennen und begründen können.	Die Geradenspiegelung als Abbildung der Ebene auf sich. – Längen- und Winkeltreue, – Abbildung von Geraden auf Geraden, – die Spiegelachse als Fixgerade, – zu Spiegelachse senkrechte Geraden als Fixgeraden. Achsensymmetrie.	Grundlegende geometrische Begriffe, die bereits in der Grundschule behandelt wurden, sollen in diesem Lernabschnitt aufgegriffen und präzisiert werden. (Präzisierungen z.B.: Begriff Punktmenge; Bezeichnungen; Unterscheidung von Objekt und Maß)
Die Grundkonstruktionen kennen, ausführen und begründen können. Die Mittelsenkrechte als Menge aller Punkte erkennen, die von den beiden Endpunkten der Strecke den gleichen Abstand haben. Die Winkelhalbierende als Menge aller Punkte erkennen, die von den beiden Winkelschenkeln den gleichen Abstand haben.	Grundkonstruktionen mit Zirkel und Lineal: – Halbieren einer Strecke, – Errichten einer Senkrechten, – Fällen eines Lotes, – Halbieren eines Winkels. Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende als Ortslinien.	Hier wie auch in den anderen Abschnitten zur Geometrie sollte auf sauberes Zeichnen und genaues Konstruieren großer Wert gelegt werden. Vernünftige Zeichenwerkzeuge sind dafür unverzichtbar.
Neben- und Scheitelwinkel kennen und in Figuren erkennen können. Gleichgroße Winkel an geschnittenen Parallelen erkennen können. Sätze über die Winkelsumme im Dreieck und über die Außenwinkel kennen, begründen und anwenden können.	Neben- und Scheitelwinkel. Winkel an geschnittenen Parallelen; Stufenwinkelsatz. Winkelsumme im Dreieck, Außenwinkel am Dreieck, Winkelsumme im Viereck.	

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Die Kongruenzsätze für Dreiecke kennen, und in Begründungszusammenhängen anwenden können. Dreieckskonstruktionen ausführen und beschreiben können. Besondere Linien des Dreiecks kennen und zeichnen können. Die Bedeutung der Schnittpunkte der Mittelsenkrechten, Winkelhalbierenden und Seitenhalbierenden eines Dreiecks kennen und begründen können.	Kongruenzsätze für Dreiecke. Mittendreieck eines Dreiecks (Satz über die Mittelparallele). Bedingungen für die Konstruierbarkeit von Dreiecken, u.a.: Dreiecksungleichung. Seitenhalbierende, Mittelsenkrechte, Höhe, Winkelhalbierende. Umkreis und Inkreis des Dreiecks; Satz über die Seitenhalbierenden eines Dreiecks. Ankreise eines Dreiecks.	Hier sollte ein Bezug zu den Grundkonstruktionen hergestellt werden.
Die Begriffe Sekante, Sehne und Tangente für den Kreis kennen und wissen, dass die Tangente senkrecht auf dem Berührradius steht. Den Satz des THALES kennen, begründen und anwenden können. Tangenten an einen Kreis in einem Berührpunkt und durch einen Punkt außerhalb des Kreises konstruieren können.	Sekanten, Sehnen und Tangenten des Kreises. Satz des THALES und seine Umkehrung. Konstruktion von Tangenten.	Nach Zeit und Lerngruppe ist zu em-pfehlen, den Satz des THALES als Spezialfall des Umfangswinkelsatzes zu behandeln, d.h. gleich den Umfangswinkelsatz zu thematisieren.

Klasse 8

(120 Stunden)

Zeitliche Grundlage des Plans ist ein wöchentlicher Unterricht von 4 Unterrichtsstunden, d.h. pro Wochenstunde wurden planerisch 30 (Netto-) Jahresstunden in Ansatz gebracht, womit alle Ausfallzeiten durch Ferien, Klassenarbeiten, Betriebspraktika, Exkursionen, Klassenfahrten etc. berücksichtigt wurden. Die angegebenen Richtzeiten orientieren sich an Wochenanzahlen.

Algebra (32 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Rechengesetze (Kommutativ-, Assoziativ- und Distributivgesetz) zur Umformung von Termen anwenden können. Terme mit vorgegebener Zielrichtung sicher umformen können, auch wenn mehrere verschiedenartige Umformungsschritte erforderlich sind.	Einsetzungsgleichheit (Äquivalenz) von Termen, auch mit mehreren Variablen: Einsetzübungen, Termumformung durch – Zusammenfassen, – Addition und Subtraktion von Summen, – Ausmultiplizieren und Ausklammern, – Multiplikation von Summen, – Anwendung binomischer Formeln. Beispiele: Beseitige die Klammern und fasse soweit wie möglich zusammen! $3x \cdot [4y - (7x + 5y)] - 8y \cdot 3x$ Forme um in ein Produkt! $x^4 + x^3 - x - 1$	Wiederaufgreifen und Vertiefen von Termumformungen aus Klasse 7. Im Hinblick auf die Erfordernisse späterer Unterrichtseinheiten kommt dem Ausklammern (Faktorisieren) mindestens die gleiche Bedeutung zu wie dem Ausmultiplizieren.
Termumformungen beim Lösen von Gleichungen sicher anwenden können. An Beispielen die Äquivalenz von Gleichungen begründen können. Die automatisierte Fertigkeit besitzen, Gleichungen in der üblichen Schrittfolge lösen zu können. Ungleichungen durch Äquivalenzumformungen lösen können. In geeigneten Anwendungssituationen Fragestellungen durch Aufstellen und Lösen von Gleichungen / Ungleichungen beantworten können.	Äquivalenzumformung von Gleichungen mittels Ersetzung eines Terms durch einen einsetzungsgleichen und Addition von ganzrationalen Termen auf beiden Seiten. Bruchgleichungen mit leicht faktorisierbaren Nennertermen. Übertragung der bisherigen Umformungsregeln für Gleichungen auf Ungleichungen; Besonderheit bei der Multiplikation / Division mit Zahlen; Darstellung der Lösungsmengen durch Intervalle. Textaufgaben	Die in Klasse 7 behandelten Äquivalenzumformungen sind hier nicht mehr explizit aufgeführt. Hier können in Ergänzung der bereits in Klasse 7 behandelten Bruchgleichungen z.B. auch binomische Formeln zur Ermittlung des Hauptnenners herangezogen werden.
Termumformungen als allgemeingültige Gleichungen interpretieren können. Allgemeingültigkeit und Unerfüllbarkeit / Erfüllbarkeit von Gleichungen bzw. Ungleichungen erkennen und begründen können.	Allgemeingültigkeit, Unerfüllbarkeit / Erfüllbarkeit von Gleichungen und Ungleichungen. Beispiele: $3 \cdot (-2 \cdot x + 3) + 7 \cdot x - 9 = x$; $(2 \cdot x - 3)^2 \geq 0$ sind jeweils allgemeingültig in $\mathbb{Q}$.	Im Hinblick auf die gymnasiale Oberstufe kommt der Klärung des Begriffes der Allgemeingültigkeit besondere Bedeutung zu.

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Gleichungen mit Formvariablen (Parametern) in einfachen Fällen lösen können. Gleichungen mit mehreren Variablen (z.B. Formeln aus Geometrie und Physik) nach verschiedenen Variablen sicher umstellen können.	Gleichungen mit Formvariablen. Beispiel: $(x+a)^2 - (x-a)^2 = a^2$ Für $a \neq 0$ liegt Äquivalenz zu $x = \frac{a}{4}$ vor, für $a = 0$ Allgemeingültigkeit.	Bei der Aufgabenauswahl ist zu beachten, dass nicht zu umfangreiche Fallunterscheidungen erforderlich werden. Hier ist unbedingt sichere Rechenfertigkeit anzustreben.

Funktionen (20 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Eine Zuordnung auf Eindeutigkeit überprüfen können. Wissen, dass eine Funktion durch Zuordnungsvorschrift und Definitionsmenge bestimmt ist. Funktionsgraphen mit Hilfe von Wertetabellen zeichnen können.	Funktionen (Abbildungen) als eindeutige Zuordnungen. Begriffe: Definitionsmenge, Wertemenge, Funktionswert, Funktionsgleichung, Funktionsgraph, Koordinatensystem, Abszisse, Ordinate Erstellen von Wertetabellen mittels Funktionsgleichungen, Deutung der Zahlenpaare als Punkte im Koordinatensystem (und umgekehrt). Beispiele für Funktionsgleichungen: $y = 3x$; $y = -2x$; $y = x^2$; $y = x^3$; $y = \frac{4}{x}$; $y = \frac{2}{x^2 - 1}$;	Der Funktionsbegriff baut auf dem in Klasse 7 eingeführten Zuordnungsbegriff auf. Es soll weiterhin der Charakter des Zuordnens betont werden. Dennoch kann auch im Hinblick auf die folgende Unterrichtseinheit exemplarisch eine Funktion als Menge von Zahlenpaaren (Lösungsmenge der Funktionsgleichung) betrachtet werden.
Graphen von linearen Funktionen ohne Wertetabelle zeichnen und Funktionsgleichungen zu vorgegebenen Geraden angeben können.	Lineare Funktion mit $y = m \cdot x + n$; $m \in \mathbb{Q}$, $n \in \mathbb{Q}$; Bedeutung von m (Steigung) und n in der graphischen Darstellung. Anwendungsaufgaben, auch mit anderen Variablen als x und y.	Hier bieten sich auch Beispiele aus der Physik an.

Systeme linearer Gleichungen (20 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Wissen, dass die Lösungen einer linearen Gleichung der Form $ax + by = c$ Zahlenpaare sind und die zugehörigen Punkte auf einer Geraden liegen. Die Lösungsmenge einer linearen Gleichung mit zwei Variablen im Koordinatensystem darstellen können.	Lineare Gleichung der Form $ax + by = c$, Paarmenge (z.B. $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$) als Grundmenge, graphische Darstellung der Lösungsmenge.	
Wissen, dass eine Lösung eines Gleichungssystems alle Gleichungen erfüllt. Den Begriff Schnittmenge kennen und auf die Lösungsmenge eines Gleichungssystems anwenden können. Systeme linearer Gleichungen mit zwei Variablen zeichnerisch lösen können.	Systeme linearer Gleichungen mit zwei Variablen und ihre zeichnerische Lösung. Zusammenstellung der möglichen Fälle für die Lösungsmenge.	Hier kann auf die Verknüpfung von Aussageformen durch Konjunktion (Symbol $\wedge$) und die zugehörige Auswirkung auf die Lösungsmenge (Symbol $\cap$) eingegangen werden.
Das Additionsverfahren und weitere rechnerische Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme kennen und anwenden können. Lineare Gleichungssysteme mit zwei bzw. mit drei Variablen im eindeutig lösbaren Fall rechnerisch sicher lösen können. Exemplarisch für Systeme mit zwei linearen Gleichungen in drei Variablen die Lösungsmenge angeben können.	Rechnerische Lösung von Systemen mit zwei linearen Gleichungen in zwei Variablen. Übertragung auf Systeme mit drei linearen Gleichungen in drei Variablen. Einige Gleichungssysteme, bei denen die Anzahl der Gleichungen und die Anzahl der Variablen nicht übereinstimmt.	Dem Additionsverfahren ist im Hinblick auf die gymnasiale Oberstufe unbedingt der Vorrang einzuräumen. Empfehlung: Tableauschreibweise Die Schüler sollen erkennen, dass z.B. die Einsetzung in eine Variable frei wählbar ist und die Einsetzungen in die anderen Variablen der gewählten eindeutig zugeordnet sind.

Geometrie (32 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Die Hintereinanderausführung zweier Geradenspiegelungen als Drehung um den Schnittpunkt der Spiegelgeraden bzw. als Verschiebung senkrecht zu parallelen Spiegelgeraden erkennen und die Zusammenhänge beweisen können. Die Konstruktionsvorschriften für die Konstruktion von Bildpunkten unter einer Drehung, einer Punktspiegelung und einer Verschiebung angeben können. Einfache geometrische Figuren durch Drehung, Punktspiegelung und Verschiebung zeichnerisch abbilden können. Eigenschaften der Kongruenzabbildungen kennen und begründen können. Drehsymmetrie, speziell Punktsymmetrie von Figuren erkennen und begründen können.	Die Kongruenzabbildungen: Geradenspiegelung, Drehung und Verschiebung. Die Punktspiegelung als Sonderfall der Drehung mit $\overline{\alpha} = 180°$. Abbildung einfacher geometrischer Figuren durch Drehung, Punktspiegelung und Verschiebung. Punktsymmetrie, Drehsymmetrie	Hier ist auch an eine Verkettung von Abbildungen in exemplarischen, einfachen Fällen gedacht.
Definitionen der symmetrischen Vierecksformen und verschiedene Charakterisierungen kennen. An Beispielen die Gleichwertigkeit verschiedener Charakterisierungen nachweisen können. Die Zusammenhänge zwischen den Vierecksformen kennen und an Beispielen beweisen können. Viereckskonstruktionen ausführen und beschreiben können.	Das Parallelogramm als punktsymmetrisches Viereck; Drachenviereck und symmetrisches Trapez als achsensymmetrische Vierecke. Eigenschaften von punkt- und achsensymmetrischen Vierecken. Satz und Kehrsatz (Umkehrung). Klassifizierung der Vierecksformen. Viereckskonstruktionen aus unterschiedlichen bestimmenden Größen (insbesondere Trapeze).	Die Schüler sollen Verständnis für den logischen Aufbau von Beweisen und für komplexere Lehrsatzgefüge gewinnen und einfache Begründungszusammenhänge selbstständig erfassen und darstellen. Besondere Anforderungen sind an die logisch einwandfreie und fachlich korrekte verbale Darstellung zu stellen.

Flächeninhalte von Vierecken und Dreiecken berechnen können. Das Volumen senkrechter Prismen berechnen können.	Flächeninhalt von Parallelogramm, Trapez und Dreieck (mit Sonderfällen). Volumen von senkrechten Prismen. Sachaufgaben, dabei Wiederholung und Übung von Maßumwandlungen.	Die Additivität eines Flächen- bzw. Volumenmaßes sollte als natürliche Tatsache im Sinne von „zerlegen und neu zusammensetzen“ Verwendung finden.

Prozent- und Zinsrechnung (16 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Die in der Prozentrechnung auftretenden Größen und ihren Zusammenhang kennen. Aufgaben zur Prozentrechnung sicher lösen können.	Grundbegriffe der Prozentrechnung und ihr Zusammenhang. Berechnung von Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert mit Hilfe von Gleichungen. Prozentuale Zu- und Abschläge (z.B. Mehrwertsteuer, Rabatt)	Das Lernen verschiedener Formeln ist zu vermeiden. Die Grundgleichung $W = \frac{p}{100} \cdot G$ kann jeweils gezielt umgeformt werden.
Die Prozentrechnung bei der Zinsrechnung anwenden können und die in der Zinsrechnung auftretenden Größen und ihren Zusammenhang kennen.	Klärung der Begriffsäquivalenz von Prozent- und Zinsrechnung. Einführung des Zeitfaktors bei der Berechnung von Zinsen. Berechnung von Jahreszinsen und Monatszinsen. Zinseszins.	Möglicher Anwendungsbezug: Effektivzins bei Tilgung eines Kredits, Sparpläne / Kreditpläne.
	Anwendungsaufgaben zur Prozent- und Zinsrechnung.	

Klasse 9
(120 Stunden)

Lernabschnitte		Richtzeiten	Seite
1	**Reelle Zahlen und Wurzeln**	20 Stunden	16
2	**Satzgruppe des PYTHAGORAS**	16 Stunden	17
3	**Quadratische Funktionen / Quadratische Gleichungen:** Extremalprobleme	16 Stunden	18
4	**Strahlensätze und Ähnlichkeit**	16 Stunden	19
5	**Flächen und Körperberechnung:** Kreis, Zylinder	12 Stunden	19
6	**Potenzen**	28 Stunden	20
7	**Beschreibende Statistik:** Mittelwerte, Streuungsmaße	12 Stunden	21

Zeitliche Grundlage des Plans ist ein wöchentlicher Unterricht von 4 Unterrichtsstunden, d.h. pro Wochenstunde wurden planerisch 30 (Netto-) Jahresstunden in Ansatz gebracht, womit alle Ausfallzeiten durch Ferien, Klassenarbeiten, Betriebspraktika, Exkursionen, Klassenfahrten etc. berücksichtigt wurden. Die angegebenen Richtzeiten orientieren sich an Wochenanzahlen.

Reelle Zahlen und Wurzeln (20 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Wissen, dass es bei der üblichen Veranschaulichung von Zahlen auf der Zahlengeraden Punkte gibt, denen keine rationale Zahl entspricht. Beispiele irrationaler Zahlen kennen.	Einführung irrationaler Zahlen. Exemplarischer Irrationalitätsnachweis.	
Eine Definition der Intervallschachtelung kennen. Wissen, dass bei der üblichen Veranschaulichung der reellen Zahlen durch Punkte die Zahlengerade lückenlos ausgefüllt wird. Wissen, dass jede Intervallschachtelung in der Menge der reellen Zahlen genau eine innere Zahl besitzt. Wissen, dass jede irrationale Zahl durch rationale Zahlen beliebig genau angenähert werden kann.	Intervallschachtelung. Beziehung zwischen Zahlengerade und Menge der reellen Zahlen; Vollständigkeit. $\mathbb{R}$ als Obermenge von $\mathbb{Q}$. Näherungswerte irrationaler Zahlen.	Es empfiehlt sich, in diesem Zusammenhang auch die zentralen Begriffe und Eigenschaften rationaler Zahlen wieder aufzugreifen (Dezimaldarstellung, Dichtheit, Abzählbarkeit).
Die Definitionen der Quadrat- und Kubikwurzel kennen und zur Bestimmung von Quadrat- und Kubikwurzeln in einfachen Fällen anwenden können. Mit geeigneten Hilfsmitteln Näherungswerte für Quadrat- und Kubikwurzeln bestimmen können. Quadratwurzeln größenordnungsmäßig abschätzen können. Gesetze für die Quadratwurzel kennen und anwenden können.	Quadrat- und Kubikwurzeln. Näherungswerte für Quadrat- und Kubikwurzeln. Verfahren von HERON. Gesetze für Produkte und Quotienten von Quadratwurzeln. Partielles Wurzelziehen.	Die Iterationsvorschriften: $x_{n+1} = \frac{1}{2}\cdot\left(x_n + \frac{a}{x_n}\right)$ und $x_{n+1} = \frac{1}{3}\cdot\left(2\cdot x_n + \frac{a}{x_n^2}\right)$ sind graphisch gut über eine Schnittpunktsproblematik herleitbar. $x^2 = a \Leftrightarrow x = \frac{a}{x} \quad (x \neq 0)$

Satzgruppe des PYTHAGORAS (16 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Den Satz des PYTHAGORAS, den Kathetensatz und den Höhensatz des EUKLID kennen und einen Satz exemplarisch beweisen können. Wissen, dass der Kehrsatz des Satzes des PYTHAGORAS richtig ist.	Satz des PYTHAGORAS, Kathetensatz, Höhensatz des EUKLID; zugehörige Beweise. Kehrsatz des Satzes des PYTHAGORAS mit Beweis.	Hier kann auf natürliche Weise die Scherung dienlich sein, die entsprechend dem CAVALIERIschen Prinzip als flächentreue Abbildung eingeführt werden kann.
Die drei Sätze des PYTHAGORAS anwenden können (auch bei Variation der Seitenbezeichnungen und der Lage).	Streckenlängenberechnungen in ebenen und räumlichen Figuren; Konstruktionen auf der Grundlage der Sätze in exemplarischen Fällen.	Hier ist auch daran gedacht, die Inkommensurabilität von Strecken anzusprechen.
Wissen, dass die Lösungsmenge der Gleichung $x^2 + y^2 = r^2$ $\left(\frac{x^2}{r^2} + \frac{y^2}{r^2} = 1\right)$ graphisch ein Ursprungskreis ist und $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ eine Ellipse beschreibt.	Pythagoräische Zahlentripel, Kreisgleichung, Ellipsengleichung.	

Quadratische Funktionen / Quadratische Gleichungen (16 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Die 3 Parameter in der Scheitelpunktsform einer Parabelgleichung: $f(x) = a\cdot(x+b)^2+c$ verständig interpretieren und den zugehörigen Graphen der Parabel ohne Wertetabelle zeichnen können. Die allgemeine Funktionsgleichung einer ganzrationalen Funktion 2. Grades: $f(x) = a\cdot x^2+b\cdot x+c$ in Scheitelpunktsform umwandeln können. Nullstellen ganzrationaler Funktionen 2. Grades bestimmen können.	Verschiebung und Streckung der Normalparabel. Allgemeine Form und Scheitelpunktsform einer Parabelgleichung. Nullstellenbestimmung von Parabeln aus der Scheitelpunktsform der zugehörigen Normalparabel.	Selbstverständlich ist es sinnvoll, exemplarisch auch einige andere Funktionsgraphen zu verschieben und zu strecken, um das allgemeine Prinzip deutlich werden zu lassen, z.B. Kreisgleichung mit allgemeinem Mittelpunkt. Empfehlung: Einsatz eines Funktionsplotters. Hier bietet sich ein Hinweis auf die Achsensymmetrie der Parabel mit den Konsequenzen an.
Einen Lösungsweg für quadratische Gleichungen kennen und die für die Herleitung erforderlichen Umformungsschritte begründen können. Die Lösungsmenge einer gegebenen quadratischen Gleichung bestimmen können.	Herleitung eines Lösungsweges für die quadratische Gleichung (Faktorisieren einer Summe über quadratische Ergänzung). Lösung von quadratischen Gleichungen. Gleichungen, die nach Äquivalenzumformungen auf quadratische Gleichungen führen. Wurzelgleichungen und Biquadratische Gleichungen in einfachen Fällen.	Hier sollte der Bezug zu den Nullstellen einer Parabel hergestellt werden.
Anwendungsprobleme, die sich im mathematischen Modell durch ganzrationale Funktionen 2. Grades beschreiben lassen, modellieren und extremale Werte angeben können.	Anwendungsaufgaben, die auf quadratische Gleichungen führen. Bestimmung extremaler Werte von Anwendungsproblemen über die Scheitelpunktsbestimmung von Parabeln.	

Strahlensätze und Ähnlichkeit (16 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Den 1. und 2. Strahlensatz kennen und die Aussage der Sätze für einfache rationale Verhältnisse begründen können.	1. und 2. Strahlensatz; zugehörige Beweise für rationale Verhältnisse. Problematik der Beweise zu den Strahlensätzen für irrationale Verhältnisse.	
Die Umkehrung des 1. Strahlensatzes kennen und wissen, dass der 2. Strahlensatz nicht umkehrbar ist.	Umkehrung des 1. Strahlensatzes, Nichtumkehrbarkeit des 2. Strahlensatzes.	
Eine Definition der Ähnlichkeit von Dreiecken und Ähnlichkeitssätze kennen.	Ähnlichkeit von Dreiecken, Ähnlichkeitssätze.	
Strahlensatzfiguren bzw. ähnliche Dreiecke in geeigneten Beispielen erkennen und die entsprechenden Sätze anwenden können.	Anwendung von Strahlensätzen bei Konstruktionen und Berechnungen. Zentrale Sätze der Ähnlichkeitslehre: Satz von MENELAOS, Satz von CEVA, Sehnensatz / Sekantensatz / Tangentensatz, Sehnenviereckssatz des PTOLOMAIOS	Die Sätze eröffnen wichtige didaktische Zugänge zu späteren Themen, z.B. im Bereich der Trigonometrie.

Flächen- und Körperberechnung: Kreis, Zylinder (12 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Ein Näherungsverfahren zur Umfangs- und Flächeninhaltsbestimmung des Kreises durch Einschachtelung kennen. Die Formeln für Umfang und Flächeninhalt des Kreises kennen und anwenden können.	Annäherung von π durch Einschachtelung. Kreisumfang und Flächeninhalt des Kreises; die Kreiszahl π und Ermittlung von Näherungswerten. Kreisbogen und Kreissektor. Anwendungsaufgaben zur Kreisberechnung.	
Die Formeln für Volumen, Mantel- und Oberflächeninhalt senkrechter Kreiszylinder kennen und anwenden können.	Volumen, Mantel- und Oberflächeninhalt des senkrechten Kreiszylinders; dabei Erweiterung des Gültigkeitsbereiches der Formel "Volumen = Grundfläche × Höhe" von Prismen und Zylinder. Anwendungsaufgaben zur Körperberechnung, auch für senkrechte Prismen.	

Potenzen (28 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Eine Definition für Potenzen mit natürlichen Exponenten kennen. Die Vereinbarung kennen, dass Potenzieren stärker als jede andere Rechenoperation bindet; diese Regel auch im Zusammenhang mit Klammern anwenden können.	Potenzen mit natürlichen Exponenten. Die Prioritätenregeln für das Rechnen mit Potenzen.	
Mit dem Permanenzprinzip die Erweiterung von Potenzgesetzen für ganzzahlige Exponenten begründen können. Die Potenzgesetze für ganzzahlige Exponenten kennen und anwenden können; eines dieser Potenzgesetze beweisen können.	Erweiterung des Potenzbegriffs auf ganzzahlige Exponenten. Potenzgesetze; Termumformungen mit Hilfe der Potenzgesetze; Zehnerpotenzen bei Maßumwandlungen.	Die Aufgabe der Fallunterscheidung bei dem Potenzgesetz für Quotienten führt zur Erweiterung des Potenzbegriffs.
Den typischen Verlauf von Graphen zu $x \mapsto x^n$ mit $n \in Z$ skizzieren können.	Funktionen zu $x \mapsto x^n$ mit $n \in Z$. Vergleich von Funktionswerten für verschiedene n, auch im Intervall $]-1;1[$.	Es bietet sich der Einsatz eines Funktionsplotters an.
Die Umkehrfunktionen von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten kennen und den Verlauf ihrer Graphen skizzieren können. Eine Definition von $\sqrt[n]{a}$; $n \in \mathbb{N}\setminus\{0;1\}$; $a \geq 1$ kennen. Eine Definition der Potenz mit rationalen Exponenten und positiver Basis kennen und wissen, dass $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ gilt. Die Potenzgesetze für rationale Exponenten kennen.	Problematik der Umkehrbarkeit von Funktionen an geeigneten Beispielen. Verallgemeinerung des Quadrat- und Kubikwurzelbegriffs. Erweiterung des Potenzbegriffs für rationale Exponenten: Gültigkeit von: $a^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{k\cdot m}{k\cdot n}}$; $k,m,n \in \mathbb{N}^*$ Problematik der Einschränkung der Basis. Notwendigkeit der Festsetzung $a \in \mathbb{R}^+$ bei Permanenz der Potenzgesetze.	Algebraischer Aspekt: Auflösung der Zuordnungsgleichung nach der anderen Variablen, Geometrischer Aspekt: Spiegelung des Graphen an der Identität, Funktionaler Aspekt: Geeignete Einschränkung der Definitions- und Wertemenge.
Termumformungen mit Wurzeln durch Zurückführung auf das Rechnen mit Potenzen durchführen können.	Termumformungen mit Wurzeln.	

Beschreibende Statistik: Mittelwerte, Streuungsmaße (12 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Die Definitionen unterschiedlicher Mittelwerte kennen und für exemplarische Beispiele diese Mittelwerte berechnen können. Die Aussagekraft unterschiedlicher Mittelwerte in geeigneten Beispielen bewerten können. Abweichungen von Mittelwerten durch geeignete Streuungsmaße beispielhaft quantifizieren können.	Mittelwerte bei statistischen Erhebungen: – Modalwert (häufigster Wert), – Zentralwert ('Mitte' geordneter Listen), – Arithmetisches Mittel $a := \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i$, – Geometrisches Mittel $g := \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n}$, – Harmonisches Mittel $h := \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_n}}$. Streuungsmaße: – Spannweite $w := \mid x_{max} - x_{min} \mid$, – Grundspanne T_x (Der Stichprobenbereich, in dem vom Mittelwert (Median) jeweils nach unten und oben 45% aller beobachteten Werte liegen), – Mittlere Abweichung $d := \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \mid x_i - \bar{x} \mid$, – Mittlere quadratische Abweichung $s := \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$.	Hier ist an den Unterricht aus Klassenstufe 7 anzuknüpfen. Es empfiehlt sich, mindestens eine exemplarische Datenerhebung mit zugehöriger Auswertung an den Beginn der Einheit zu stellen, die es ermöglicht, zentrale Begriffsbildungen und Methoden zu wiederholen.
Statistische Erhebungen (Urlisten) graphisch und rechnerisch exemplarisch unter verschiedenen Gesichtspunkten (Mittelwerte / Streuung) auswerten können.	Anwendungsaufgaben komplexerer Art.	Bei der zur Verfügung stehenden Zeit sind nur exemplarische Erhebungen möglich.

Klasse 10

(120 Stunden)

Lernabschnitte		Richtzeiten	Seite
1	**Trigonometrische Funktionen / Dreiecksmessung**	24 Stunden	23
2	**Körperberechnungen:** Pyramide, Kegel, Kugel	20 Stunden	24
3	**Stochastik:** Mehrstufige Zufallsexperimente, Kombinatorische Zählprinzipien	16 Stunden	25
4	**Exponential- und Logarithmusfunktionen**	20 Stunden	26
5	**Folgen und Grenzwerte in elementarer Form**	16 Stunden	27
6	**Differentialrechnung:** Ableitung einer Funktion an einer Stelle	24 Stunden	27

Zeitliche Grundlage des Plans ist ein wöchentlicher Unterricht von 4 Unterrichtsstunden, d.h. pro Wochenstunde wurden planerisch 30 (Netto-) Jahresstunden in Ansatz gebracht, womit alle Ausfallzeiten durch Ferien, Klassenarbeiten, Betriebspraktika, Exkursionen, Klassenfahrten etc. berücksichtigt wurden. Die angegebenen Richtzeiten orientieren sich an Wochenanzahlen.

Notabene: Auf der Fachkonferenz Mathematik am 24. Feb. 2009 wurde die Aufteilung der Themen auf die Halbjahre *verbindlich* festgelegt:

1. Halbjahr:

1 Trigonometrische Funktionen / Dreiecksmessung
2 Körperberechnung
3 Stochastik

2. Halbjahr

4 Exponential- und Logarithmusfunktionen
5 Folgen und Grenzwerte in elementarer Form
6 Differentialrechnung

Bei der Planung bitte auch auf den Fall achten, dass es doch größere Hälften gibt: Das erste Halbjahr ist bei frühen Sommerferien deutlich länger als das zweite Halbjahr, sodass es ratsam sein kann, thematisch schon früher das zweite Halbjahr zu beginnen.
[Modifikation Oktober 2012]

Wahlpflichtfach Mathematik Klasse 10 : siehe Seiten 29ff.

Trigonometrische Funktionen / Dreiecksmessung (24 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Das Gradmaß von Winkeln ins Bogenmaß umrechnen können und umgekehrt.	Bogenmaß von Winkeln.	
Die Definition der Funktionen Sinus und Kosinus am Einheitskreis kennen, auch als Funktionen über ℝ, und die Graphen der Funktionen Sinus und Kosinus skizzieren können.	Sinus und Kosinus am Einheitskreis, Graphen von Sinus und Kosinus, auch mit der Definitionsmenge ℝ (Bogenmaß), Berechnung einiger besonderer Funktionswerte.	Wünschenswert ist die Herstellung von Bezügen zu physikalisch-technischen Sachverhalten, z. B. periodische Vorgänge.
Die Auswirkungen der Parameter a, b, c und d bei den Funktionstermen: $a \cdot \sin(\, b \cdot (x+c)\,) + d$ bzw. $a \cdot \cos(\, b \cdot (x+c)\,) + d$ kennen und die zugehörigen Graphen ohne Wertetabelle skizzieren können. Aus den Graphen trigonometrischer Funktionen mögliche Verschiebungen, Streckungen und Periodenlängen ablesen können.	Funktionsgraphen zu Funktionsgleichungen der Form: $f(x) = a \cdot \sin(\, b \cdot (x+c)\,) + d$ $f(x) = a \cdot \sin(\, b \cdot (x+c)\,) + d$	Hier kann gut ein Bezug zum Einfluss von Parametern auf Parabeln (Klasse 9) hergestellt werden. Empfehlung: Einsatz eines Funktionsplotters.
Die nebenstehenden Formeln kennen, anwenden und am Einheitskreis erläutern können.	$(\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1$; $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha$; $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha$; $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$; $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$; $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha$; $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$.	
Die Additionstheoreme für die Sinus- und die Kosinusfunktion nennen können.	$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cdot\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\cdot\sin(\beta)$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cdot\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\cdot\sin(\beta)$	Der Beweis sollte sich nicht nur auf den 1. Quadranten des Einheitskreises beziehen. Es ist eine Herleitung u.a. aus dem Vierecksatz des PTOLOMAIOS möglich (Klasse 9).

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Sinus und Kosinus als Seitenverhältnisse am rechtwinkligen Dreieck angeben können. Eine Definition der Tangensfunktion kennen und auf rechtwinklige Dreiecke anwenden können. Berechnung an rechtwinkligen Dreiecken mit Hilfe von Sinus, Kosinus und Tangens durchführen können.	Begriffsbildungen: Gegenkathete, Ankathete und Hypotenuse. $\tan(\alpha) := \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$; Steigung einer linearen Funktion. Berechnung von Winkeln und Seiten rechtwinkliger Dreiecke; Anwendungsaufgaben.	
Sinus- und Kosinussatz kennen und anwenden können.	Sinussatz und Kosinussatz als verallgemeinerter Satz des PYTHAGORAS; Berechnung an beliebigen Dreiecken, Anwendungsaufgaben, z.B. zur Landvermessung.	

Körperberechnungen: Pyramide, Kegel, Kugel (20 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Die Volumenformeln für die Pyramide und den senkrechten Kreiskegel kennen und nach allen darin auftretenden Größen auflösen können.	Volumen von Pyramide und senkrechtem Kreiskegel, Herleitung mit Hilfe von Treppenkörpern.	Beim Treppenkörperverfahren ist das Prinzip der Intervallschachtelung zu vertiefen.
Die Formel für den Mantel und die Oberfläche des senkrechten Kreiskegels kennen, begründen und nach allen darin auftretenden Größen auflösen können. Die Formel für Volumen und Oberfläche der Kugel kennen und nach allen darin auftretenden Größen auflösen können.	Mantel und Oberfläche des senkrechten Kreiskegels. Volumen und Oberfläche der Kugel, Herleitung der Volumenformel mit dem Prinzip des CAVALIERI, Plausibilitätsbetrachtungen zur Oberflächenformel.	Auch der historische Weg des ARCHIMEDES unter Verwendung des Hebelgesetzes ist hier möglich und kann Gedanken der Integralrechnung vorbereiten.

Anwendungsaufgaben zur Volumen und Oberflächenberechnung lösen können.	Anwendungsaufgaben zu den behandelten Körpern, dabei auch Beispiele von zusammengesetzten Körpern, Körperteilen und Hohlkörpern.	Es sollen auch Aufgaben behandelt werden, bei denen die Anwendung des Satzes des PYTHAGORAS in räumlichen Figuren notwendig ist, ferner Aufgaben, bei denen die Kombination mehrerer Formeln erforderlich ist.

Stochastik: Mehrstufige Zufallsexperimente, Kombinatorische Zählprinzipien (16 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Grundlegende Begriffsbildungen und Modelle der Wahrscheinlichkeitsrechnung kennen und sprachlich verwenden können. Die Voraussetzungen für die LAPLACE-Definition eines Wahrscheinlichkeitsmaßes nennen und LAPLACE-Wahrscheinlichkeiten für einstufige Zufallsexperimente angeben können.	Grundlegende Begriffsbildungen und Modelle: Wahrscheinlichkeitsmaß mit Eigenschaften durch praktische Versuchsreihe (relative Häufigkeiten) oder theoretische Überlegung (LAPLACE); Ereignisse als Teilmengen der Ergebnismenge mit sprachlicher Interpretation; Additivität eines Wahrscheinlichkeitsmaßes.	Über geeignete Zufallsexperimente können die Unterschiede: Determinismus - Stochastik; MISES - / LAPLACE-Definition (Praxis / Theorie) eines Wahrscheinlichkeitsmaßes, sowie die grundlegenden Begriffe: Ergebnis (-menge), Ereignis, sicheres Ereignis, unmögliches Ereignis, Gegenereignis, verfeinerte Ergebnismenge, unvereinbare Ereignisse, etc. - eingeführt werden.
Für mehrstufige Zufallsversuche über geeignete Modelle Wahrscheinlichkeitsmaße bestimmen können. Kombinatorische Zählprinzipien zur Bestimmung einer LAPLACE-Wahrscheinlichkeit nutzen können. Den mathematischen Hintergrund des PASCALschen Dreiecks am konkreten Beispiel erläutern können.	Beschreibung konkreter Vorgänge durch ein Wahrscheinlichkeitsmodell, z.B.: Urne, Stuhlreihe, Glücksrad, Pfade (Baumdiagramm); speziell: Die ungeordnete Auswahl ohne Zurücklegen (Lotto), die Pfadregel	Das im exemplarischen, gegebenen Fall geeignete Modell ergibt sich aus der Aufgabe. Eine schematische Entwicklung von “Formeln” für kombinatorische Zählprinzipien ist nicht beabsichtigt. Es bietet sich an, beim Lottoproblem auf das Rechnen mit Binomialkoeffizienten (Binomialentwicklung) einzugehen. Die alternativen Wege: Baumdiagramm für Wahrscheinlichkeiten - “günstig” : “möglich” über Zählprinzipien sollten verdeutlicht werden.

Exponential- und Logarithmusfunktionen (20 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Den typischen Verlauf der Graphen von Exponentialfunktionen zu verschiedenen Basen skizzieren können. Die Graphen von Logarithmusfunktionen zu verschiedenen Basen skizzieren können.	Exponentialfunktionen und ihre Graphen: Zuordnungsvorschrift; Definitions- und Wertmenge; Umkehrbarkeit; typischer Verlauf. Die Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der Exponentialfunktion.	Die Existenz von Potenzen mit irrationalen Exponenten ist über Graphen der Anschauung zu entnehmen. Die zugehörigen Potenzgesetze sollten ohne Begründung übernommen werden.
Die Gesetze für das Rechnen mit Logarithmen kennen und diese Gesetze begründen können. Exponentialgleichungen lösen können.	Logarithmusgesetze Exponentialgleichungen, auch Umrechnungen von Logarithmen zu verschiedenen Basen.	Neben dem “Logarithmieren” von Gleichungen sollte der verständige Umgang mit Funktion / Umkehrfunktion nicht aus dem Blick geraten.
Einfache Anwendungsaufgaben zu exponentieller Zu- und Abnahme lösen können.	Anwendungsaufgaben.	Für Anwendungen sollte die Hälfte der zur Verfügung stehenden Zeit genutzt werden. Die EULERsche Zahl steht als Basis noch nicht zur Verfügung.

Folgen und Grenzwerte in elementarer Form (16 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Den Begriff der unendlichen Zahlenfolge kennen. Eine Definition des Grenzwerts einer Folge kennen. Für einfache konvergente Zahlenfolgen den Grenzwert erkennen und durch Anwendung der Grenzwertdefinition nachweisen können, dass die erkannte Zahl tatsächlich der Grenzwert ist.	Klärung wesentlicher Begriffe im Zusammenhang mit Zahlenfolgen an Hand einiger einfacher Beispiele: allgemeines Folgenglied (Bildungsgesetz), Monotonie, Beschränktheit; Veranschaulichung von Zahlenfolgen auf der Zahlengeraden. Konvergente Zahlenfolgen, Nullfolgen; einige Beispiele divergenter Zahlenfolgen.	An eine Einführung von Folgen als Funktionen $\mathbb{N} \to \mathbb{R}$ ist nicht gedacht. Auch mit Blick auf die folgende Unterrichtseinheit (“Drei-Folgen-Problem”) ist deshalb die Darstellung von Folgen auf der Zahlengeraden der Darstellung im zweidimensionalen Koordinatensystem vorzuziehen. Hier ist ein Grundverständnis intendiert. Umgebungsbetrachtungen mit der Berechnung von Folgengliednummern, ab der alle Folgenglieder innerhalb der Umgebung liegen, sind auf wenige einfache Fälle zu beschränken.
Die Grenzwertsätze für die Summe, die Differenz, das Produkt und den Quotienten von Zahlenfolgen kennen und zum Konvergenznachweis anwenden können.	Verknüpfung von Zahlenfolgen; Grenzwertsätze; exemplarischer Beweis eines Grenzwertsatzes. Nichtumkehrbarkeit von Grenzwertsätzen mit Gegenbeispielen.	Speziell der Quotientengrenzwertsatz sollte nicht vernachlässigt werden. (“Null-durch-Null” Problem!)

Differentialrechnung: Ableitung einer Funktionen an einer Stelle (24 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Grundlegende Begriffe der Differentialrechnung kennen und sprachlich, graphisch und in Sachzusammenhängen verwenden können.	Steigung der Sekante durch zwei Punkte eines Funktionsgraphen, Differenzenquotient. Anwendungsbezug: mittlere Änderungsrate, z.B. Durchschnittsgeschwindigkeit, Änderung des Luftdrucks mit der Höhe.	Ergänzend kann zur Bestimmung einer Sekantengleichung die Zwei-Punkte-Form behandelt werden. Hier brauchen nicht nur ganzrationale Funktionen betrachtet zu werden.

Nullstellen von einfachen ganzrationalen Funktionen bestimmen können. Die regula falsi zur näherungsweisen Nullstellenbestimmung herleiten und rechnerisch anwenden können	Nullstellen ganzrationaler Funktionen; Abspalten von Linearfaktoren (Polynomdivision). Sekantenverfahren (regula falsi) zur näherungsweisen Lösung einer Gleichung des Typs $f(x) = 0$.	Hier ist auch an die Anknüpfung des Rechnens mit Bruchtermen (Faktorisieren und Kürzen; Klasse 8) gedacht. Neben ganzrationalen Funktionen kommt z.B. auch $x - \cos(x) = 0$ in Frage. Der anschauliche Aspekt steht im Vordergrund. Es empfiehlt sich die Verwendung von Computersimulationen und Tabellenkalkulation.
Die Definition der Ableitung einer Funktion an einer Stelle kennen und die Ableitung als Tangentensteigung deuten können. Für einfache Funktionen die Ableitung an einer Stelle durch Anwendung der Definition der Ableitung bestimmen können. Den Ableitungsbegriff in Anwendungssituationen interpretieren können.	Ableitung einer Funktion an einer Stelle als Grenzwert von Differenzquotientenfolgen. Übungen zur Ableitung bei ganzrationalen Funktionen für konkrete Stellen; Beispiel einer Funktion, die an einer Stelle nicht differenzierbar ist. Ableitung der Wurzelfunktion und der Normalhyperbel an konkreten Stellen. Interpretation des Ableitungsbegriffs: lokale Änderungsrate, z.B. Momentangeschwindigkeit.	Durch Wechsel zwischen graphisch-anschaulicher und numerischer Betrachtung kann der Blick für das jahrhundertealte Tangentenproblem geschärft werden. ("Null durch Null") Da die Grenzwertsätze zur Verfügung stehen, ist eine exakte Behandlung des Grenzübergangs möglich!
Den Begriff der Ableitungsfunktion kennen und zu vorgegebenem Funktionsgraphen den Graphen der Ableitungsfunktion skizzieren können Den globalen Monotoniesatz für differenzierbare Funktionen anschaulich erfassen und zur Begründung des Verlaufs der Graphen heranziehen.	Bei vorgegebenen Funktionsgraphen Skizzen der Graphen der Ableitungsfunktionen mit und ohne Wertetabellen. Zusammenhang zwischen dem Monotonieverhalten einer Funktion und dem Vorzeichen der Ableitung.	Werte der Ableitungsfunktion gewinnt man exakt aus dem vorigen Abschnitt oder durch zeichnen von Tangenten nach Augenmaß und Ermittlung ihrer Steigungen aus Steigungsdreiecken. Da hier die Ableitung noch nicht durch Ableitungsregeln ermittelt wird, muss man sich wiederum nicht auf ganzrationale Funktionen beschränken.

<u>Wahlpflichtfach Mathematik Klasse 10</u>

(60 Stunden)

	Lernabschnitte	Richtzeiten	Seite
1	**<u>Aussagenlogische Verknüpfungen</u>**	10 Stunden	30
2	**<u>Vollständige Induktion</u>**	10 Stunden	31
3	**<u>Algebraische Strukturen:</u>** Gruppen, Körper	10 Stunden	31
4	**<u>Komplexe Zahlen</u> / Wahlthema**	30 Stunden	32

Zeitliche Grundlage des Plans ist ein wöchentlicher Unterricht von 2 Unterrichtsstunden, d.h. es wurden planerisch 30 (Netto-) Jahresstunden in Ansatz gebracht, womit alle Ausfallzeiten durch Ferien, Klassenarbeiten, Betriebspraktika, Exkursionen, Klassenfahrten etc. berücksichtigt wurden.

Die Lernabschnitte 1 bis 3 sind für das erste, der Abschnitt 4 fürs zweite Halbjahr gedacht.

Alternative:

Im zweiten Halbjahr kann der Abschnitt *Komplexe Zahlen* kürzer gefasst werden (16 Stunden). Die übrige Zeit (14 Stunden) verbleibt dann für ein **Wahlthema**, zum Beispiel *Kryptologie* oder *Graphentheorie*. Eine curriculare Ausarbeitung möglicher Wahlthemen ist in Arbeit.

<u>Aussagenlogische Verknüpfungen</u> (10 Stunden)

<table>
<tr><th>Unterrichtsziele</th><th>Unterrichtsinhalte</th><th>Erläuterungen</th></tr>
<tr><td>Wissen, wie Aussagen mit den Junktoren $\wedge$, $\vee$ und $\neg$ verknüpft werden und in Anwendungen ausführen können.

Die Äquivalenz aussagenlogischer Terme über Wahrheitstafeln nachweisen können.</td><td>Die Konjugation, Disjunktion und Negation mit zugehörigen Wahrheitstafeln.

Äquivalenz aussagenlogischer Terme:
Distributivgesetze;
Regeln von DEMORGAN.</td><td>Auf eine sprachliche Interpretation sollte geachtet werden.
Es sollten auch weitere Gesetze der Aussagenlogik behandelt werden, z.B. Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten, Kontradiktion, Idempotenzgesetze.</td></tr>
<tr><td>Die Quantorenschreibweise kennen und anwenden können.</td><td>All- und Existenzaussagen, Quantoren; Negation durch Anwendung der Regeln von DEMORGAN</td><td>Es kann auch ein Bezug zu Lösungsmengen von Gleichungen hergestellt werden.</td></tr>
<tr><td>An Beispielen der Umgangssprache angeben können, ob bei subjunktiv verknüpften Aussagen die Teilaussagen inhaltlich verknüpft sind oder nicht .

Die Wahrheitstafel der Subjunktion kennen und an Beispielen anwenden können.

Kennen der Äquivalenz der Subjunktionen:
$p \rightarrow q$ und $(\neg q \rightarrow \neg p)$

Die Bisubjunktion sprachlich formulieren und die zugehörige Wahrheitstafel angeben können.</td><td>Analyse umgangssprachlicher, subjunktiver (wenn-dann) Aussagen.

Wahrheitstafel für die Subjunktion mit Beispielen:
<table><tr><th>p</th><th>q</th><th>$p \rightarrow q$</th></tr><tr><td>w</td><td>w</td><td>w</td></tr><tr><td>w</td><td>f</td><td>f</td></tr><tr><td>f</td><td>w</td><td>w</td></tr><tr><td>f</td><td>f</td><td>w</td></tr></table>
Subjunktion und Negation; Bisubjunktion.</td><td>Als Einführung kann die äquivalente Form $\neg p \vee q$ betrachtet werden.
Umgangssprachlich z.B.
Müller, Sie spielen nicht mit der Hand oder Sie sehen die rote Karte.

Umgangssprachliche Beispiele wie:
- Wenn es geregnet hat, ist die Straße nass.
- Wenn die Straße nass ist, hat es geregnet.
- Wenn die Straße nicht nass ist, hat es nicht geregnet.
verdeutlichen den Umgang mit Satz und Kehrsatz sowie Subjunktion und Negation.</td></tr>
<tr><td>Die logische Struktur von direktem und indirektem Beweis kennen und verständig anwenden können.</td><td>Direkter und indirekter Beweis</td><td></td></tr>
</table>

Vollständige Induktion (10 Stunden)

An Beispielen nachweisen können, dass (1) Aussageformen über der Grundmenge $\mathbb{N}^*$ für jede Einsetzung unwahr sind, obwohl die Subjunktion $A(n) \rightarrow A(n+1)$ allgemeingültig ist, (2) Aussageformen bei endlich vielen, konkreten Einsetzungen wahr sein können, jedoch nicht allgemeingültig sind.	Aussageformen und Subjunktion. Notwendigkeit der beiden Nachweisteile für Allgemeingültigkeit: (1) A(1) ist wahr, (2) $\bigwedge_{n \in \mathbb{N}^*} A(n) \rightarrow A(n+1)$.	Lit: Lauter: Das Verfahren der so genannten vollständigen Induktion, in: Mathematikwerk für Gymnasien, Oberstufe Analysis I, Schwann 1982 Es bietet sich an, den Bezug zum 5. PEANOaxiom zu thematisieren.
Induktionsbeweise in konkreten Fällen durchführen können.	Induktionsbeweise bei Summenformeln, Teilbarkeitsaussagen und Ungleichungen. Insbesondere: Summe der ersten n ungeraden Zahlen, Summe der ersten n Quadratzahlen, Ungleichung von Bernoulli.	Für konkrete Beispiele ist hinreichend Zeit vorzusehen.

Algebraische Strukturen: Gruppen, Körper (10 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Die vier Gruppenaxiome kennen und verständig anwenden können. Die Körperaxiome auf die Gruppeneigenschaft für die beiden Verknüpfungen zurückführen, das Distributivgesetz als Verbindung erkennen. Wissen und begründen können, dass das neutrale Element der Addition grundsätzlich kein inverses bzgl. der Multiplikation besitzt.	Der Gruppenbegriff in Beispielen: Zahlenmengen mit Rechenoperationen als Verknüpfungen, weitere Beispiele. Ring, Körper	Zur Förderung einer allgemeineren Sicht bieten sich auch die Behandlung der Gruppe der Kongruenzabbildungen an (vgl. Profilzusatzplan Klasse 8) und/oder Umkehrfunktionen als inverse Elemente bei der Verkettung von Funktionen. Hier wird das alte Problem der "verbotenen" Division durch Null von höherer Warte betrachtet.
Wissen und exemplarisch nachweisen können: $(\mathbb{N};+)$, $(\mathbb{N}^*;\cdot)$ sind Halbgruppen, $(\mathbb{Z};+)$ ist ABELsche Gruppe, $(\mathbb{Z}^*;\cdot)$ ist Halbgruppe, $(\mathbb{Z};+;\cdot)$ ist Ring, $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{R}$ sind Körper.	Rückblick auf die bisher bekannten Zahlbereiche unter dem Gesichtspunkt der Lösbarkeit von Gleichungen. Zahlenaufbau: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$	
Die Umformungsregeln für Ungleichungen als Folgerungen aus Axiomen einordnen.	Axiome der Anordnung und Folgerungen. $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{R}$ als angeordnete Körper.	Zu beweisen ist insbesondere: Für alle Elemente $a \in K$ eines angeordneten Körpers gilt $a^2 \geq 0$.

Komplexe Zahlen (30 Stunden)

Unterrichtsziele	Unterrichtsinhalte	Erläuterungen
Die Addition und Subtraktion in $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ verständig rechnerisch und geometrisch ausführen können.	Einführung komplexer Zahlen als Zahlenpaare (GAUßsche Zahlenebene) und ihrer Verknüpfungen: Addition, Subtraktion mit zugehöriger geometrischer Interpretation..	Als Einstieg könnte z.B. die Aufgabe von CARDANO dienen: "Teile die Zahl 10 so in 2 Teile, dass das Produkt dieser Teile 40 ergibt".
Wissen und begründen können, dass mit: $(a;b)\cdot(c;d):=(a\cdot c-b\cdot d\,;b\cdot c+a\cdot d)$ die komplexen Zahlen bezüglich der Multiplikation eine abelsche Gruppe bilden.	Multiplikation in $\mathbb{C}$. Einführung der Schreibweise: $(a;b)=a\cdot(1;0)+b\cdot(0;1)=a\cdot\mathbf{1}+b\cdot\mathbf{i}$.	Es empfiehlt sich, die Multiplikation von Zahlenpaaren aus den Gruppenaxiomen herzuleiten.
Die Distributivgesetze nachweisen können. Multiplikation und Division von komplexen Zahlen in kartesischen Koordinaten sicher ausführen können.	Eigenschaften der Konjugation; Betrag einer komplexen Zahl und Interpretation der Division als Multiplikation mit $\frac{1}{a+b\cdot i}=\frac{a-b\cdot i}{a^2+b^2}$.	
Wissen und nachweisen können, dass $\mathbb{C}$ nicht anzuordnen ist.	$\mathbb{C}$ als nicht angeordneter Oberkörper von $\mathbb{R}$.	
Den Zusammenhang zwischen den kartesischen und den polaren Koordinaten einer komplexen Zahl kennen und bei Umrechnungen verwenden können.	Geometrische Interpretation der Multiplikation in $\mathbb{C}$ als Drehstreckung. Polarkoordinatendarstellung komplexer Zahlen und Umrechnung von kartesischen Koordinaten in Polarkoordinaten und umgekehrt.	Hier ist sicherlich eine Wiederholung der Eigenschaften der Tangensfunktion mit ihrer Periodizität notwendig.
Das Quadrat und die Quadratwurzel einer komplexen Zahl in Polarkoordinaten bestimmen können und bei der Lösungsmengenbestimmung von quadratischen Gleichungen verwenden können.	Quadratur und Quadratwurzel einer komplexen Zahl. Lösungsmengenbestimmung quadratischer Gleichungen mit reellen und komplexen Koeffizienten.	Hier ergibt sich eine erste Einsicht in die Tatsache, dass bei quadratischen Gleichungen mit reellen Koeffizienten Lösungen stets konjugiert auftreten.

Mit vollständiger Induktion nachweisen können, dass gilt: $(r \cdot \cos(\varphi) + i \cdot r \cdot \sin(\varphi))^n = r^n \cdot (\cos(n \cdot \varphi) + i \cdot \sin(n \cdot \varphi))$ Nachweisen können, dass die n-ten Einheitswurzeln bezüglich der Multiplikation eine ABELsche Gruppe bilden.	Satz von MOIVRE mit zugehörigem Beweis. Potenzen und n-te Wurzeln von Komplexen Zahlen in Polarkoordinaten. Die Gruppe der n-ten Einheitswurzeln (Kreisteilung) mit graphischer Interpretation.	
	Hauptsatz der Algebra und die Primpolynome über den reellen und komplexen Zahlen. Zerlegung von Polynomen mit reellen Koeffizienten in Primpolynome in einfachen Fällen.	An einen vollständigen Beweis ist hier nicht gedacht. Es genügt, den Sachverhalt an exemplarischen Beispielen zu verdeutlichen. Zur Nullstellenbestimmung bietet sich z. B. der Einsatz geeigneter Software an.
	Nach Zeit: Anwendungen von komplexen Zahlen, z.B. in der Physik, Cardanosche Formel etc.	